

«Միխիթար Սեբաստացի» կրթահամալիր

**ՀԵՐԹԱԿԱՆ ԱՏԵՍԱՎՈՐՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑՉԻ  
ՎԵՐԱՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑ**

**«Հետազոտական աշխատանք կատարելու սկզբունքները» բաժին**

**ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ**

Թեմա՝ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԳԵՂԵՑԻԿԻ ԿԱԶՄԱՎՈՐՈՂ  
ՀԱՏԿԱՆԻՇՆԵՐԻ ԴՐՍԵՎՈՐՈՒՄՆԵՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ  
ՈՒՍԻՈՑԻՉՆԵՐԻ ՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ

Կատարող՝ Սմբատ Պետրոսյան

Դասավանդած առարկան՝ Մաթեմատիկա

Խորհրդատու՝ Լիանա Հակոբյան

2022

## ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

1)Ներածություն-----	2
2)Մաթեմատիկական գեղեցիկի կազմավորող հատկանիշների դրսևորումները մաթեմատիկայի ուսուցիչների պատրաստման համակարգում-----	5
4)Համաչափությունը ու համեմատությունը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում-----	19
6)Հիմնավորման, փաստարկման և ապացուցման դերը մաթեմատիկայի ուսուցման ընթացքում-----	26
7)Եզրակացություն-----	28
8)Գրականության ցանկ-----	30

## Ներածություն

*Աշխատանքի արդիականությունը:* Թեև գիտության մեջ գեղեցիկի հարցը դիտարկվել է դեռևս հնադարից, սակայն գիտական գեղեցիկին նվիրված հատուկ ուսումնասիրության առաջին անգամ հանդիպում ենք 18-րդ դարի շոտլանդացի փիլիսոփա Ֆրենսիս Հատչեսոնի մոտ, եւ թվում է, թե Հատչեսոնը նշում է մեր առաջադրված հարցադրման պատասխանը գտնելու ամենահուսալի ճանապարհը: Ինչպես Հատչեսոնը, այնպես էլ նրա հետետորդներն առաջադրում են գիտական գեղեցիկի որոշակի հատկանիշներ եւ աշխատում են գիտական (հիմնականում՝ մաթեմատիկական) օբյեկտների գեղագիտական գրավչությունը գնահատել՝ ելնելով նշված հատկանիշների հետ դրանց համապատասխանությունից: Ընդ որում, տարբեր հետազոտողներ դիտարկում են գիտական գեղեցիկի տարբեր հատկանիշներ, հանդիպում են նաեւ տրամագծորեն հակառակ մոտեցումներ միեւնույն հատկանիշի գեղագիտական գնահատականի վերաբերյալ: Գիտական գեղեցիկի այդ հատկանիշների մի մասը վերաբերում է գիտության այս կամ այն բնագավառի կամ միաժամանակ մի քանի բնագավառների օբյեկտներին. դրանք այդ օբյեկտների հատկություններ են: Այդպիսիք են համաչափությունը, ներդաշնակությունը, օպտիմալությունը, տրամաբանական խստությունը, հստակությունը եւ այլն: Համաչափությունը, օրինակ, մաթեմատիկայի, ֆիզիկայի, քիմիայի եւ բնական այլ գիտությունների ամենատարբեր օբյեկտների հատկություն է, տրամաբանական խստությունը գիտական մտքի հատկություն է այլն: Նման հատկանիշները մենք անվանում ենք գիտական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշներ: Խստությունը մաթեմատիկական գիտելիքը դարձնում է հավաստի, այն տիրապետողին զերծ է պահում մոլորություններից, հնարավորություն է տալիս գտնելու ճշմարտության ճանապարհը: Այդ պատճառով նման գիտելիքն ունի գեղագիտական մեծ գրավչություն եւ ցանկալի է յուրաքանչյուրի համար: Հարկ է նկատել, որ մաթեմատիկական մտքերի շարադրանքը, նրա թեորեմների ապացուցումները ընթանում են տրամաբանության օրենքներին եւ կանոններին համապատասխան, և մաթեմատիկական գործունեությունը ենթադրում է հասկացությունների ներմուծման, մտքերի շարադրման եւ ապացուցումների իրականացման տրամաբանական խստություն: Մաթեմատիկական, մաթեմատիկական գիտելիքի կիրառությունը տրամաբանական խստություն են հաղորդում նաեւ բոլոր այն գիտություններում ստացված արդյունքներին, որոնցում մաթեմատիկական կիրառվում է: Եվ ամենեւին պատահական չէ գիտական աշխարհում վաղուց հաստատված այն տեսակետը, որ առանց մաթեմատիկայի կիրառման ստացված գիտական արդյունքները չեն կարող հավաստի համարվել: Տրամաբանական խստությունը հատուկ է եւ վերաբերում է մաթեմատիկական բոլոր օբյեկտներին՝ հասկացություններին, թեորեմների եւ խնդիրների ձեւակերպումներին եւ դրանց ապացուցումներին ու լուծումներին:

Գիտական գեղեցիկի հատկանիշների մյուս մասը վերաբերում է սուբյեկտին. գեղեցիկի ի հայտ գալը պայմանավորված է նաև գիտական գործունեություն իրականացնող սուբյեկտի մտավոր ունակություններով: Իսկապես, մեկը կարող է նկատել գիտության մեջ առկա գեղեցիկը, մյուսը՝ չնկատել, ինչը պայմանավորված է գիտության տվյալ բնագավառում ունեցած գիտելիքներով եւ սուբյեկտի այլ ունակություններով:

***Աշխատանքի հիմնական նպատակը և խնդիրները:***

Հետազոտության նպատակը հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկա ուսումնական բնագավառի մաթեմատիկական գեղեցիկի կազմավորող հատկանիշների դրսևորումները մաթեմատիկայի ուսուցիչների պատրաստման համակարգում: Հետազոտության նպատակին հասնելու համար անհրաժեշտ է եղել լուծել հետևյալ խնդիրը. մշակել և մատնանշել մաթեմատիկայի ուսուցիչների պատրաստման համակարգում մաթեմատիկական գեղեցիկի կազմավորող հատկանիշների դրսևորումները և դրա միջոցով մտածողության զարգացումը ապահովող տեսական և գործնական արդյունավետ ուղիներ և դրանց իրականացմանն ուղղված, մեթոդապես մշակված և փորձարկված համապատասխան նյութեր:

***Աշխատանքի մեթոդները:*** Հետազոտության մեթոդական համակարգը ներառում է՝

ա) տեսական վերլուծություն. /թեմայի վերաբերյալ տեղեկատվության հավաքում, համեմատում և դասակարգում, առկա իրավիճակի բնութագրում և գնահատում/,

բ) վերացարկում և ընդհանրացում. /նպատակների, խնդիրների և իրականացման հնարավորությունների հստակեցում, խնդիրների լուծման տարբերակների համադրում/,

գ) հակադարձ կապի ապահովում. /մանկավարժական գիտափորձերի և հարցումների անցկացում, արդյունքների գնահատում, որոշումների ճշգրտում և կոնկրետացում/:

***Աշխատանքի ծավալը և կառուցվածքը:*** Աշխատանքը բաղկացած է ներածությունից, պարագրաֆներից, եզրակացությունից, գրականության ցանկից (անուն), ընդհանուր ծավալը՝ էջ:

# Մաթեմատիկական գեղեցիկի կազմավորող հատկանիշների դրսևորումները մաթեմատիկայի ուսուցիչների պատրաստման համակարգում

Հանրահաշվի ուսուցման օրինակով հիմնավորվում է հանրահայտ մանկավարժ և գեղանկարիչ Մ. Բ. Նեմենսկու այն տեսակետը, որ գեղագիտական դաստիարակությունը պետք է դառնա յուրաքանչյուր ուսումնական առարկայի հիմնական նպատակներից մեկը: Անշուշտ, ոչ հումանիտար ուսումնական առարկայի ուսուցիչը գեղագիտական արժեքների ձևավորմանը հատկացնում է աննշան տեղ կամ էլ ընդհանրապես չի դիտարկում նման խնդիր, մանավանդ երբ խոսքը վերաբերում է առաջին հայացքից գեղագիտությունից ու գեղեցիկից հեռու այնպիսի մի «չոր» ուսումնական բնագավառի, ինչպիսին մաթեմատիկան է: Մինչդեռ հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկական առարկաները կարևոր տեղ են զբաղեցնում ուսումնական առարկաների ցանկում և, միաժամանակ, ունեն գեղագիտական արժեքների ձևավորման, գեղագիտական դաստիարակության մեծ ներուժ: Այդ խնդրի լուծման համար հիմք են ծառայում մաթեմատիկայի և գեղագիտական արժեքների միջև առկա խորքային կապերը, որոնք դրսևորվում են երաժշտության, նկարչության, ճարտարապետության և արվեստի այլ բնագավառներում մաթեմատիկայի լայն կիրառություններով: Մյուս կողմից, մաթեմատիկան ավելի, քան գիտության որևէ այլ բնագավառ, բավարարում է գիտական գեղեցիկի պահանջներին: Ավելին, մարդկային խոսքի այնպիսի կարևորագույն տարրեր, ինչպիսիք են հիմնավորվածությունը, ապացուցվածությունը և տրամաբանական խստությունը, որը համարվում է գիտական գեղեցիկի հատկանիշ, իրենց լիարժեք դրսևորումը ստանում են հենց մաթեմատիկայում: Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղագիտական տարրի բացահայտումը ոչ միայն նպաստում է սովորողի գեղագիտական ունակությունների զարգացմանը, այլև թույլ է տալիս ավելի արդյունավետ դարձնել բուն մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը: Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացի միջոցով սովորողների գեղագիտական դաստիարակության խնդիրն ուսումնասիրվել է բազմաթիվ հետազոտողների կողմից: Մաթեմատիկայի ուսումնաճանաչողական գործընթացի գեղագիտական բաղադրիչի իրականացման և խորացման հարցը համակողմանիորեն ուսումնասիրել են Վ. Ա. Կրուտեցկին, Վ. Լ. Մինկովսկին, Ս. Ի. Շոխոր-Տրոցկին, Գ. Ի. Սարանցևը, Ի. Գ. Ջենկևիչը, Վ. Տ. Կովեշնիկովը, Վ. Լ. Մինկովսկին, . Գ. Բոլտյանսկին, Մ. Ա. Ռոդիոնովը, Օ. Ա. Կոբալիան, Ն. Վ. Գուսյեվան, Ն. Լ. Ռոշչինան, Ն. Ի. Ֆիրստովան և ուրիշներ: Հարկ է նշել, որ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացի միջոցով գեղագիտական դաստիարակության իրականացման ուղղությամբ կատարված աշխատանքներում նկատվում է ուսումնասիրությունների որոշ սահմանափակվածություն, ինչը արդյունք է մի շարք պատճառների: Այդ աշխատանքներում գիտական կամ գեղեցիկի հատկանիշները չեն

տարանջատվում ըստ իրենց օբյեկտիվ և սուբյեկտիվ բնույթների, ինչը սահմանափակում է գեղեցիկի ընկալման հնարավորությունները: Այստեղ նշենք, օրինակ, որ առանց գեղագիտականի սուբյեկտիվ բնույթը հաշվի առնելու, դժվար է հասկանալ Գ. Բիրկհոֆի և Ն. Այգենկի տրամագծորեն հակառակ մոտեցումները առարկայի էությունը հասկանալու համար գործադրված ջանքերի գեղագիտական բնույթը մեկնաբանելիս: Միայն Ն. Ի. Ֆիրստովան է գեղեցիկի հետ միասին դիտարկում նաև կատակերգականը: Մնացած բոլոր հետազոտություններում գեղագիտական արժեքների ձևավորումը, ըստ էության, հանգում է գեղեցիկի ձևավորման խնդրին, իսկ գեղագիտական մյուս կատեգորիաները մնում են ուսումնասիրությունից դուրս: Մասնավորապես, չի քննարկվում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում տգեղի ձևավորման հարցը: Այնինչ, յուրաքանչյուր բնագավառում, նաև մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում, գեղեցիկի հետ միասին առկա է նաև տգեղի երևան գալու հնարավորությունը: (Գեղեցիկը ճանաչվում է տգեղի հետ փոխհարաբերության ընթացքում:) Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում տգեղը ունի դրսևորման բազմաթիվ հնարավորություններ և ուսուցման նպատակներից մեկը տգեղի նմանատիպ դրսևորումներից խուսափելն է: Որևէ ուսումնասիրություն չի արձարծում մաթեմատիկայի ուսուցման միջոցով վեհի գեղագիտական արժեքի ձևավորման խնդիրը և, ընդհանրապես, վեհի ու մաթեմատիկայի փոխհարաբերության հարցը: Մինչդեռ այստեղ նույնպես առկա է հետաքրքիր փոխհարաբերությունների բազմազանությունը: Նույնը կարելի է ասել նաև ողբերգականի, ստորի և գեղագիտական մնացած արժեքների մասին: Չափազանց կարևոր է թվում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացի միջոցով գեղագիտական դաստիարակության կատեգորիաների ձևավորման հարցը: Այս ուղղությամբ դիտարկված է միայն գեղագիտական ճաշակի ձևավորման խնդիրը Ն. Լ. Ռոշչինայի կողմից: Մինչդեռ գեղագիտական դաստիարակության հարցի ուսումնասիրությունը ամբողջացնելու համար կարևոր է նաև նրա մնացած հիմնական կատեգորիաների դիտարկումը: Այստեղ առաջին հերթին կարևորագույն նշանակություն ունի գեղագիտական հարաբերության խնդրի պարզաբանումը: Պարզվում է, որ նախ անհրաժեշտ է և օգտակար գեղագիտական հարաբերությունը դիտարկել որպես սուբյեկտիվ հարաբերություն: Իսկ վերջինիս պարագայում էլ ոչ թե սահմանափակվել միայն երկկողմ հարաբերություններով, ինչպես ընդունված է հոգեբանության մեջ, այլ դիտարկել նաև եռակողմ և բազմակողմ սուբյեկտիվ հարաբերությունները: Այս մոտեցումը հնարավորություն է տալիս գեղագիտական հարաբերությունը դիտարկել նաև բարոյական արժեքների տեսանկյունից, ճիշտ հասկանալ և բացատրել գեղագիտական հարաբերություններում և ուսումնական գործընթացում դրսևորվող մի շարք սուբյեկտիվ առնչություններ, գեղագիտական հույզեր և զգացմունքներ, մաթեմատիկական կամ գիտական գեղեցիկի հատկանիշները բաժանել ըստ օբյեկտիվ և սուբյեկտիվ դրսևորումների, ինչը ունի կարևոր դիդակտիկական նշանակություն: Գեղագիտական հարաբերությունների

հետ միասին անհրաժեշտ է ուսումնասիրել նաև մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղագիտական ընկալման, զարգացման, իդեալի, ճշմարիտի, 20 գնահատականի և գեղագիտական դաստիարակության մյուս կատեգորիաների ձևավորման հարցերը: Մաթեմատիկայի և նրա ուսուցման գործընթացի գեղագիտության ուսումնասիրման խորացման նպատակով մաթեմատիկական գեղեցիկի հատկանիշների մեջ մեր կողմից մտցվում է նոր դասակարգում. շրջանառության մեջ ենք դնում մաթեմատիկական գեղեցիկի օբյեկտիվ և սուբյեկտիվ հատկանիշները: Գիտական գեղեցիկի հատկանիշների մի մասը վերաբերում է գիտության այս կամ այն բնագավառի օբյեկտներին. դրանք այդ օբյեկտների հատկություններ են: Այդպիսիք են համաչափությունը, ներդաշնակությունը, օպտիմալությունը, տրամաբանական խստությունը, հստակությունը և այլն: Նման հատկանիշները մենք անվանում ենք գիտական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշներ: Գիտական գեղեցիկի հատկանիշների մյուս մասը վերաբերում է սուբյեկտին. գեղեցիկի ի հայտ գալը պայմանավորված է նաև գիտական գործունեություն իրականացնող սուբյեկտի մտավոր, ինտելեկտուալ ունակություններով: Դրանք մենք անվանում ենք գիտական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշներ: Գիտական գեղեցիկի օբյեկտիվ և սուբյեկտիվ հատկանիշները, իրենց հերթին, օգտակար է տրոհել մասերի: Գիտական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշների առաջին խումբը կազմում են բնության կազմավորիչ տարրերը՝ կարգը, համաչափությունը, համեմատությունը, ներդաշնակությունը, ռիթմը, կիրառելիությունը, օպտիմալությունը, կայունությունը: Հատկանիշների երկրորդ խումբը, որ կազմում են հստակությունը, պարզությունը (բարդի հանգեցումը պարզին), տրամաբանական խստությունը, վերաբերում է գիտական լեզվին: Այս հատկանիշները իրենց գեղագիտական գրավչությունը առանձնապես ցայտուն են արտահայտում մաթեմատիկայի և տրամաբանության մեջ: Դրանք էլ անվանում ենք գիտական գեղեցիկի տրամաբանական հատկանիշներ: Հատկանիշների երրորդ խումբը կազմում են այն հատկանիշները, որոնք միավորում են գիտական ուսումնասիրության ենթակա օբյեկտները, ինչի պատճառով դրանք անվանում ենք գիտական գեղեցիկի միավորող հատկանիշներ: Գիտական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշները նույնպես մենք բաժանում ենք երեք խմբի: Առաջին խմբում ներառում ենք այն հատկանիշները, որոնք վերաբերում են սուբյեկտի գործունեության մոտիվացիային. անվանենք դրանք մոտիվացիոն հատկանիշներ: Այդպիսիք են օգտակարությունը, անսպասելիությունը, անկանխատեսելիությունը, նպատակաուղղված, բարդ ու դժվարին խոչընդոտի հաղթահարումը և այլն: Երկրորդ խմբում ներառում ենք այն հատկանիշները, որոնք վերաբերում են իմացության գործընթացին, նրա բնույթին: Անվանենք դրանք ճանաչողական հատկանիշներ: Գիտական գեղեցիկի ճանաչողական հատկանիշների մեջ մենք ներառում ենք՝ ինտելեկտուալ որոնումը, գտնելը, հայտնագործելը, ճանաչելը, առարկայի էությունը հասկանալը, ոչ ակնհայտ ճշմարտության իմացությունը և այլն: Սուբյեկտիվ հատկանիշների երրորդ խմբում ներառում ենք այն հատկանիշները, որոնք

վերաբերում են գործունեությունը իրականացնող սուբյեկտի հոգեկանին. անվանենք դրանք էլ գիտական գեղեցիկի հոգեկան հատկանիշներ: Գիտական գեղեցիկի հոգեկան հատկանիշների մեջ ներառում ենք մտքի, երևակայության, ուշադրության, հիշողության, ընդունակության, կամքի դրական հատկանիշների առկայությունը՝ մտքի 21 խորաթափանցությունը, արագությունը, ճկունությունը, ուշադրության կայունությունը, կամքի ուժը, նպատակասլացությունը և այլն: Հաջորդ ենթագլխում դիտարկվում են գեղագիտական դաստիարակության կատեգորիաները: Գրականության մեջ լավ է ուսումնասիրված մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացի հետ գեղագիտական ճաշակի կապը: Մենք դիտարկում են նաև գեղագիտական ընկալման, զարգացման, իդեալի և այլ կատեգորիաների հետ մաթեմատիկական կրթության կապը: Ընդ որում, այստեղ նույնպես առանձնահատուկ դեր ունի գեղագիտական հարաբերությունը, նրա դիտարկումը որպես եռակողմ սուբյեկտիվ հարաբերություն: Հանրահաշվի ուսուցումը և գեղագիտական արժեքների ձևավորումը: մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացի գեղագիտության նվիրված համարյա բոլոր աշխատանքները ըստ էության հանգում են գեղեցիկի ձևավորմանը: Իրականում կարելի է այդ գործընթացը նպատակաուղղել նաև գեղագիտական մյուս արժեքների՝ տգեղի, վեհի, ստորի, կատակերգականի, ողբերգականի ձևավորմանը: Վեհի պարագայում մեծ դեր ունի ավագ դպրոցի հանրահաշվի և մաթանալիզի տարրերին նվիրված դասընթացը: Ուսուցման գործընթացում սովորողների ակտիվության բարձրացմանը մեծապես կարող է նպաստել կատակերգականի դիտարկումը և այլն: Շատ կարևոր է հանրահաշվի ուսուցման գործընթացում նրա օբյեկտների՝ հասկացությունների, թեորեմների, ապացուցումների, խնդիրների, նրանց լուծումների, հանրահաշվի ուսուցման մեթոդների գեղագիտական գրավչության հարցի քննարկումը, ինչը կատարվում է ենթագլխի վերջում: Մյուսեկտիվ հատկանիշներ են հետաքրքրասիրությունը, մտքի ճկունությունը, արագությունը եւ այլն: Գիտական գեղեցիկի մաս են կազմում նաեւ այն հատկանիշները, որոնք երեւան են գալիս օբյեկտի հետ սուբյեկտի երկկողմ հարաբերության ընթացքում եւ արտահայտում են սուբյեկտի հոգեկանի այս կամ այն կողմը՝ ճանաչումը, գործունեությունը եւ այլն: Այդպիսիք են, օրինակ, անսպասելիությունը, օգտակարությունը, նպատակաուղղված, բարդ ու դժվարին խոչընդոտի հաղթահարումը, ինտելեկտուալ որոնումը, գտնելը, հայտնագործելը, ոչ ակնհայտ ճշմարտության իմացումը եւ այլն: Դրանք մենք անվանում ենք գիտական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշներ:

**Ինչո՞ւ, օրինակ, հազարավոր գիտնականներ, երբեմն մոռանալով հանգստի, անզամ սննդի մասին, իրենց ժամանակը տրամադրում են զանազան գիտական խնդիրների լուծմանը, գիտական ճշմարտությունների բացահայտմանը:** օրինակ, ոչ ակնհայտ ճշմարտության իմացության սուբյեկտիվ հատկանիշը: Հիմնական պատճառը, թերեւս, թաքնված է խնդրի ոչ ակնհայտ պատասխանը՝ լուծումը, գիտական օրինաչափությունը գտնելու, հայտնաբերելու մեջ: Նշանակում է՝ այդ ոչ ակնհայտ



լուծման կամ գիտական օրինաչափության հայտնաբերումն ունի ինչ-որ գրավչություն, գեղագիտական արժեք, որով ձգում է դրանով հետաքրքրվողին, եւ հայտնաբերողին պատճառում է որոշակի հաճույք, բերկրանք, որն արտահայտվում է ճշմարտության իմացության ուրախությամբ: Գիտական ոչ ակնհայտ ճշմարտության յուրաքանչյուր հայտնաբերումը, շփումը նրա հետ հայտնաբերողին պատճառում են նման գեղագիտական հաճույք: Այդ ոչ ակնհայտ ճշմարտության իմացության կամ բացահայտման բերած գեղագիտական հաճույքն էր, որ Արքիմեդին ստիպեց բացականչել՝ Էվրիկա /հունարեն՝ գտա/, եւ մերկ վիճակում բաղնիքից դուրս վազել՝ Հերոն երկրորդ թագավորին հաղորդելու նրա հանձնարարած խնդրի՝ իր գտած ամենեւին ոչ ակնհայտ եւ ակնհայտորեն չափազանց հնարամիտ լուծման մասին: Իսկ թագավորը նրան հանձնարարել էր պարզել՝ արդյոք ճշմարիտ են իրեն հասած այն լուրերը, թե իր թագը պատրաստող վարպետն ստացած ոսկուց որոշակի քանակություն է պահել՝ դրա փոխարեն օգտագործելով արծաթ: Խնդիրը հեշտ չէր թվում: Նրա լուծման շուրջ երկար խորհրդածություններն Արքիմեդին տարան բաղնիք: Հնարավոր է, որ բաղնիքում տակառի մեջ ընկղմվելը նրա մոտ ինչոր մտահղացում է առաջացրել: Բոլոր դեպքերում թագավորի հանձնարարած խնդրի լուծումը նա գտել էր բաղնիքում: Հասնելով պալատ՝ Արքիմեդը թագավորից պահանջեց վարպետի պատրաստած թագը, նույն քաշն ունեցող մաքուր ոսկու կտոր եւ ջրով լիքը լցված երկու աման: Թագը եւ ոսկու կտորը նա ընկղմեց այդ ամաններից յուրաքանչյուրի մեջ եւ տեսավ, որ այն ամանից, որում թագն էր ընկղմած, ավելի շատ ջուր է թափվել: «Վարպետը արդար չի եղել», եզրակացրեց Արքիմեդը եւ լուծման գաղտնիքը բացատրեց թագավորին. դրա հիմքում ընկած էր հայտնի օրենքը, որ այսօր կոչվում է հենց Արքիմեդի անունով:

Մաթեմատիկական օբյեկտները՝ հասկացությունները, թեորեմները, դրանց ապացուցումները մեծ մասամբ ոչ ակնհայտ ճշմարտություններ են: Դրանց իմացությունը կամ հայտնագործումը պահանջում են մտքի ու կամքի մեծ լարում, կամային որակների դրսևորում: Պատահական չէ, որ մաթեմատիկական գործունեությունն անվանում են մտքի մարմնամարզություն: Իսկ մարմնամարզությունը, չնայած բարդ ու դժվարին վարժությունների առկայությանը, դրանով զբաղվողին հաճույք է պատճառում, նաեւ գեղագիտական հաճույք, որովհետեւ վարժությունը կատարողը ոչ միայն փորձում է՝ իրականացնել պահանջվող մարմնամարզական հնարքը, այլեւ աշխատում է այն գեղեցիկ կատարել: Նույնն է պատկերը նաեւ մտքի մարմնամարզության՝ մաթեմատիկայի պարագայում. տարբերությունը միայն ֆիզիկականի եւ հոգեւորի մեջ է:

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ի հայտ են գալիս մաթեմատիկական գեղեցիկի ինչպես օբյեկտիվ և սուբյեկտիվ հատկանիշները, այնպես էլ արտաքին և ներքին դրսևորումները: Այդ գործընթացն, իր հերթին, ընձեռում է գեղագիտականի դրսևորման լրացուցիչ հնարավորություններ: Միննույն ժամանակ, գեղագիտական

տարրի առկայությունը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը դարձնում է ավելի գրավիչ, նպաստում է սովորող ներքին կամային և հոգեկան այլ որակների ձևավորմանը և զարգացմանը, ինչը ուսուցման գործընթացում մաթեմատիկայի գեղագիտական հատկանիշների դրսևորման լրացուցիչ խթան է: Մակայն այդ գեղագիտականը տեսնելու և ըն կալելու համար աշակերտը չունի համապատասխան փորձ և ունակություն ներ: Եվ այստեղ առաջին պլան է մղվում ուսուցչի դերը, ով կարող է և պար տավոր է յուրաքանչյուր հասկացության, թեորեմի, նրա ապացուցման և կիրառման, երկրաչափական ձևի և հանրահաշվական գրառման մեջ բացահայտել և ցույց տալ գեղեցիկը: Հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում առկա են մա թեմատիկայի գեղագիտության բոլոր օբյեկտիվ հատկանիշները: Մակայն այդ դասընթացը տարբերվում է մաթեմատիկայի ընդհանուր ճարտարապետա կան կառույցից: Այստեղ ընդգրկվում են միայն այդ կառույցի առանձին հատվածներ: Միաժամանակ հանդես են գալիս նոր օբյեկտներ, որոնք հիմնակա նում կապված են մաթեմատիկայի կիրառությունների հետ, և կազմում են մա թեմատիկայի կիրառական ֆոնը: Այդ ֆոնը, իր հերթին, նոր երանգներ է հաղորդում մաթեմատիկական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշներին: Անհրաժեշտ է նկատի ունենալ նաև, որ այդ հատկանիշները մաթեմատիկայի ուսուց ման գործընթացում ունեն իրենց յուրահատկությունները, ինչը կապված է ուսուցման գործընթացի, դասավանդման մեթոդների, սովորողների տարի քային առանձնահատկությունների և այլ գործոնների հետ: Անդրադառնանք մաթեմատիկայի դասընթացի գեղագիտության օբյեկտիվ հատկանիշներից յուրաքանչյուրին:

**Կարգը:** Կարգի դերը որպես բնության կազմավորման հիմնական սկզբունք, ընդունվել է բոլոր ժամանակներում: Այն հակադրվել է քառսին և համարվել գեղեցկության աղբյուր: Եվ բնական է կարգի ու նրա գեղագիտության հսկայական դերը մաթեմատիկայում, որը հանդես է գալիս որպես բնության «ոսկե գրքի», նրա օրինաչափությունների արտահայտման հիմնական միջոց կամ լեզու: Ինչպես ողջ մաթեմատիկայում, այնպես էլ դպրոցական դասըն թացում կարգը խաղում է առանցքային դեր և հանդիսանում է այդ կառույցների գեղագիտական գրավչության կարևոր աղբյուր: Կարգը մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի կազմավորման հիմնական սկզբունքներից մեկն է: Նյութի շարադրման հաջորդելիությունը, դասընթացի կիրառական ֆոնի կարգավորումը համապատասխանեցումը մաթեմատիկական նյութի հետ, մաթեմատիկական օբյեկտների բնութագրումը կարգի առնչության միջոցով, այս և նմանատիպ այլ գործընթացներ ցույց են տալիս այն բացառիկ դերը, որ խաղում կարգը մաթեմատիկայի հանրակրթական դասընթացում և նրա ուսուցման գործընթացում: Միաժամանակ մաթեմատիկայի դասընթացում և ուսուցման գործընթացում կարգի գործառույթների իրականացումն ուղեկցվում է մաթեմատիկական գեղեցիկի օբյեկտիվ և սուբյեկտիվ այլ հատկանիշներով, արտաքին և ներքին դրսևորումներով: Կատարելով ուսուցման երկարամյա գործընթացում իր առաջին քայլերը՝ սովորողը մաթեմատիկայի դասընթացի հենց

սկզբում հնարավորություն ունի համոզվելու, որ, իսկապես, ինչպես նշում է Նորբերտ Վինները՝ «մաթեմատիկան կարգ է մտցնում մեզ շրջապատող քառուսի մեջ»: Իրոք, «աջ» և «ձախ», «վերև» և «ներքև», «մեծ» և «փոքր» հասկացություններն արդեն կարգի և նրա գեղագիտական հատկանիշն արտահայտող հիանալի օրինակներ են, որոնց սովորողը ծանոթանում է առաջին դասարանում: Իսկ բնական թվերի օգտագործո մը: Այստեղ հաշվման հետ զուգընթաց դրսևորվում է բնական թվերի համարակալման գործառույթը, ինչն աչքի է ընկնում օգտակարության, կիրառելիության և գեղագիտական այլ հատկանիշներով: Հետագայում, բնական թվերի կարգավորման հատկությունը տարածվում է ամբողջ, ռացիոնալ և իրական թվերի բազմությունների վրա, օգտագործվում թվային ուղղի ներմուծման, անվանական թվերի կարգավորման մեջ, և վերջինիս միջոցով ճանապարհ է հարթում դեպի մաթեմատիկայի բազմապիսի կիրառություններ: Բոլոր այս գործընթացներն ուղեկցվում են գեղեցիկի լիարժեք դրսևորումնե բով, որոնք արտահայտվում են բազմազանությունների միասնության և ընդհանրականության գեղագիտական հատկանիշների միջոցով: Կարգը դրսևորվում է մաթեմատիկայի ողջ դասընթացում և հանդես է գալիս բուն կարգի և հավասարության ու անհավասարության առնչությունների տեսքով: Սա վերաբերում է ուսումնական նյութի հերթականությանը՝ ըստ կախվածության դասավորվածությանը, առանձին նյութերի շրջանակներում հասկացությունների Փոխկապակցվածությունը, ապացուցումների իրականացմանը և այլն:

**Օրինակ.** Միևնույն բազմության վրա, ուսումնասիրում ենք տարբեր գործողություններ և առնչություններ, ապա կարգը, կարգի հաստատումը պահանջում է այդ գործողությունների և առնչությունների միջև որոշակի «համաձայնության» առկայություն: Կարգը պահանջում է, որ բնական թվերի բազմության վրա գումարման և բազմապատկման գործողությունների համատեղ դիտարկման դեպքում դրանց միջև տեղի ունենա նշված «համաձայնությունը», ինչն արտահայտվում է գումարման նկատմամբ բազմապատկման բաշխական օրենքով: Եվ այս մոտեցումը, կարգի նման հաստատումը ընդհանուր կառուցողական մոտեցում է մաթեմատիկական բոլոր ստրուկտուրաների համար: Նման ձևով կարգի հաստատ մանը լրացուցիչ գեղագիտական գրավչություն է տալիս այն, որ դրանց միջոցով հաստատվում են նաև համապատասխան կարգեր այլ գործողու թյունների *միջև*: Մաթեմատիկական օբյեկտի գեղագիտական գրավչությունը կարգով են պայմանավորում նաև Գ. Ի. Մարանցը և այլ հետազոտողներ: Կարգը ոչ միայն մաթեմատիկայի կազմավորման հիմնական սկզբունքներից, այլ նաև ուսումնասիրության օբյեկտներից մեկն է: Այն հանդես է գալիս և որպես առնչություն, և որպես բանաձև: Կարգի կամ կարգի առնչության հիման վրա է ստեղծվում ժամանակակից հանրահաշվի հետաքրքիր բաժին ներից մեկը՝ կավարների տեսությունը: Կարգի և հանրահաշվական համա կարգերի միասնությամբ առաջանում է կարգավորված հանրահաշվական հա մակարգերի տեսությունը՝ ժամանակակից հանրահաշվի մի այլ հետաքրքիր բաժին, իսկ որպես բանաձև այն

արտահայտվում է հավասարությունների, անհավասարությունների և դրանց համախմբերի՝ ոչ խիստ անհավասարությունների միջոցով: Առաջին դեպքում մենք ստանում ենք մաթեմատիկայի բնագավառներ, որոնց գեղեցկությունը էապես չի տարբերվում մաթեմատիկայի մյուս բաժինների գեղեցկությունից: Միայն պետք է նկատել, որ կարգի առնչության ներգրավվածությունը այստեղ լրացուցիչ գեղագիտական երանգներ է հաղորդում ուսումնասիրվող մաթեմատիկական նյութին: Ավելի մեծ է կարգի դերը՝ որպես մաթեմատիկական բանաձև, այստեղ այն հանդես է գալիս հավասարության, անհավասարության և ոչ խիստ անհավասարության տեսքով, և մաթեմատիկական իր զգալի մասով հանդես է գալիս որպես զանազան հավասարությունների, անհավասարությունների և դրանց ապացուցումների մասին գիտություն: Այս երկրորդ մոտեցմամբ կարգը նաև մաթեմատիկայի հետազոտման մեթոդ է. այն բացահայտում է ոչ միայն մաթեմատիկական օբյեկտների միջև եղած փոխհարաբերությունները, այլև բնության օրինաչափությունները /հարկ է նշել, որ այս վերջին դեպքերում հավասարությունների և անհավասարությունների հետ միասին հանդես են գալիս հավասարումներն ու անհավասարումները/: Վերջապես, հավասարությունները և անհավասարությունները ճանաչողության, իմացության աղբյուր են, ճշմարտության բացահայտման կարևորագույն միջոց, եթե գիտական օրի նաչափությունը ներկայացվում է հավասարության կամ անհավասարության տեսքով, ապա այն համարվում է աներկբա ճշմարտություն: Ինչպես հավասարություններին ու անհավասարություններին, այնպես էլ նրանց բացահայտման և հաստատման/ապացուցման գործընթացներին մշտապես ուղեկցում են անսպասելիությունը, անկանխատեսելիությունը, հստա կությունը, պարզությունը, տրամաբանական խստությունը և մաթեմատիկա կան գեղեցիկի մնացած հատկանիշները: Բազմազանությունների միասնությունը և ընդհանրականությունը:

**Օրինակ:** Դիտարկում ենք իրարից արտաքնապես միանգամայն տարբեր եռանկյուններ և, օգտվելով հիմքերի ու բարձրությունների հավասարությունից, եզրակացություն ենք անում դրանց մակերեսների հավասարության վերաբերյալ, ապա այդպիսի եզրակացությունը, որ հենվում է կամայական եռանկյան մակերեսի  $s = ha/2$  բանաձևի վրա, գիտական գեղեցիկի արտահայտություն է և չի կարող մեզ հաճույք չպատճառել: Այնուհետև, ինչպես այդ բանաձևը, այնպես էլ մաթեմատիկական յուրաքանչյուր թեորեմ ունի ընդհանրական բնույթ, այն տեղի ունի առարկաների լայն դասի համար և կիրառելի է այդ դասի յուրաքանչյուր ներկայացուցչի համար: Եվ թեորեմի կիրառությունը յուրաքանչյուր նման դեպքի համար, որ դեղուկ ցիայի դրսևորում է, նույնպես գեղեցիկ է և ուղեկցվում է բավարարվածության, հաճույքի արտահատությամբ. սա էլ Խասչեսունի երկրորդ գիտական ճշմարտության ընդհանրականության գեղագիտական հատկանիշի դրևորում է: Բնության օրինաչափությունների, կիրառական խնդրի յուրաքանչյուր մաթեմատիկական գրառում բազմազանությունների միասնության բացահայտում է, իսկ

նման մաթեմատիկական գրառման կիրառությունների բազմազանության մեջ դրսևորվում է նաև գիտական ճշմարտության ընդհանրականության հատկանիշը: Երկու դեպքում էլ մենք գործ ունենք գիտական գեղեցիկի հետ:

**Տրամաբանական խստությունը:** Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում տրամաբանական խստության կարևորությունը հետևում է ու սուցման գիտականության դիդակտիկական սկզբունքից: Որպես դասընթացի գեղագիտական հատկանիշ՝ այն առաջադրում է Գ. Ի. Սարանցևը /տես [13]/: Ի տարբերություն բուն մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում տրամաբանական խստությունը դրսևորվում է ոչ համասեռ կերպով: Այն բավականին թույլ է արտահայտվում տարրական դպրոցում և մեծացնում է իր ներկայությունը կրթական աստիճանների զարգացմանը համընթաց: Տրամաբանական խստությունը անհամասեռ է իրականացվում նաև առանձին թեմաների ուսուցման շրջանակներում: Բուն մաթեմատիկական նյութի շարադրման մեջ այն դրսևորվում է լիարժեք, իսկ կիրառություններին նվիրված մասերում լավ չի արտահայտվում: Հարկ է նկատել նաև, որ ելնելով ուսուցման գիտակցա կանության դիդակտիկական սկզբունքից՝ դասընթացի առանձին հարցերի շարադրման ընթացքում անհրաժեշտ է լինում հաճախ հրաժարվել տրամաբանական խստությունից: Մաթեմատիկայի ուսուցման նախնական շրջանում տրամաբանական խստությունը սովորողի մոտ ձևավորում է դատողություններ անելիս սխալվելու և չսխալվելու գիտակցությունը, դնում է անսխալ դատողություններ կատարելու կարողության հիմքերը: Մաթեմատիկան արդեն այս փուլում սովորողի համար դառնում է ճշգրտության, ճշմարտության արտահայտման չափանիշ: Միջին դպրոցում սովորողը ծանոթանում է դեդուկտիվ մտահանգման մի ջոցով ճշմարիտ փաստերից ճշմարիտ եզրակացություն կատարելու հնարքներին: Մաթեմատիկայի այդ արվեստը ապացուցումը, ունի գեղեցիկի ձևավոր ման մեծ ներուժ: Այս տեսակետից առանձնապես մեծ դեր ունի միջին դպրոցի երկրաչափության դասընթացը, որտեղ ապացուցումը որպես ճշմարտության հաստատման միջոց, հանդես է գալիս առաջին անգամ, իսկ փաստերի բխեց ման գործընթացը, դրա իրականացման հնարքները դրսևորվում են մեծ ու ժով: Նկատենք, որ ուսումնական նյութի համապատասխան շարադրանքի դեպքում նմանատիպ հնարավորություններ է ձեռք բերում նաև հանրահաշվի դասընթացը, ինչը մեծացնում է ուսուցման գեղագիտական գրավչությունը /տես [3]/: Մակայն դրա իրագործումը առնչվում է մաթեմատիկական կրթության նկատմամբ մեզանում ցուցաբերվող կարծրացած մոտեցումների հաղթահարման հետ, ինչը բավականին դժվար է իրականացնել: Տրամաբանական խստության հատկանիշի միջոցով գեղեցիկի ձևավոր ման մաթեմատիկայի ներուժը առանձնապես մեծ թափ, որակ ու գեղագիտական գրավչություն է ստանում ավագ դպրոցում դեդուկտիվ մտահանգում ներ, եզրակացություններ կատարելու, ապացուցման մաթեմատիկական մեթոդների կիրառության ընթացքում: Այստեղ ինդուկցիայի, անալոգիայի կամ այլ մեթոդներով կատարվող տարբեր մտահանգումներում և

ապացուցումն է թույլ տրամաբանական խստությունը ստանում է նոր երանգ և գույնը դառնում է նաև բազմազանությունների միասնության և ընդհանրականության գեղագիտական հատկանիշների հետ: Իսկապես, եթե թվաբանական կամ երկրաչափական պրոգրեսիաների ընդհանուր անդամների կամ գումարների բանաձևերը միջին դպրոցում “ապացուցվում” են մաթեմատիկական թերի ինդուկցիայի միջոցով, ապա այդ և նմանատիպ այլ մտահանգումներ հնարավոր է դառնում ապացուցել մաթեմատիկական լրիվ ինդուկցիայի ներգրավմամբ: Տրամաբանական խստության գեղագիտական հատկանիշը դրսևորման լայն հնարավորություն է ստանում մաթեմատիկայի դասընթացում՝ տրամաբանության տարրերի ներառման պայմաններում: Դատողությունների, դրան-ցից տրամաբանական շղկապների միջոցով ստացված նոր դատողությունների ճշմարտական արժեքների ճշգրիտ սահմանումները և տրամաբանության կարևորագույն տարրերի ներմուծումը ամուր հող են ստեղծում հիմնավորված, փաստարկված եզրահանգումներ կատարելու համար:

**Հստակությունը:** Հստակության գեղագիտական հատկանիշն առանձնապես կարևոր է և ցայտուն է դրսևորում ուսուցման գործընթացում: Այստեղ է ձևավորվում և հետագա զարգացում ստանում մարդու մտածողությունը, և օ ինչպիսին կլինի այն ապագայում, ձեռք կբերի մարդը իր ամենամեծ հարստությունը՝ հստակ, Փաստարկված խոսքի մշակույթը, կախված է ուսուցման գործընթացից: Այդ մշակույթի կարևոր բաղադրիչներից մեկի՝ հստակության ձևավորման գործում առաջնահերթ նշանակություն ունի մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը: Մաթեմատիկայի հստակությունը նրանով զբաղվողի մոտ ձևավորում է հստակ մտածողություն, և հստակ մտածողության սովոր մաթեմատիկոսի համար, օրինակ, հաճախ դժվար է լինում հասկանալ հույ մանիտար բնագավառի գիտություններում արված զանազան ձևակերպումներ: Հստակության գեղագիտական հատկանիշը, ի տարբերություն մաթեմատիկայի, մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ունի որոշակի առանձնա հատկություններ և դրսևորման յուրահատկություններ: Առաջին հերթին, խոսքը վերաբերում է մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի լեզվին: Այդ լեզուն զուտ մաթեմատիկական չէ և ոչ էլ նրա մի մասն է: Ճիշտ է, այն խարսխվում է մաթեմատիկական լեզվի վրա, սակայն ներառում է և ամբողջանում բնական լեզվի և առօրեական ու գիտության զանազան բնագավառներում մաթեմատիկայի բազմապիսի կիրառությունների ներգրավման հետ կապված լեզվական խնդիրների ներգրավմամբ: Վստահաբար կա բելի է ասել, որ զուտ մաթեմատիկայի շարադրանք պարունակող դպրոցական դասընթացները հեռու են իրենց առջև դրված կրթական նպատակների իրականացումից: Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի լեզվի հստակեցման գործում մեծ նշանակություն ունի նրանում տրամաբանության տարրերի ներառումը: Առանց տրամաբանության տարրերի իմացության դժվար է հասնել մտքի հստակ, տրամաբանորեն հիմնավորված շարադրանքի, այնպես, ինչպես առանց քերականության կանոնների իմացության անահնար է մայրենի

լեզվով ճշգրիտ նախադասություններ ու մտքեր կառուցել: Բայց հանրակրթական դպրոցի ծրագրերում տրամաբանության տարրերի ուսուցում նախատեսված չէ, և միակ ուսումնական առարկան, որն ի գորու է իրականացնել նման ուսուցում, մաթեմատիկան է:

Մաթեմատիկական օբյեկտներին լրացուցիչ գեղագիտական գրավ չություն է հաղորդում նրանց միջոցով համապատասխան բազմազան լեզվա կան արտահայտությունների միավորման կամ միասնության գեղագիտական հատկանիշը: Իսկ բնական լեզվի հետ դիտարկվող կապերը ոչ միայն նպաստում են մաթեմատիկական լեզվի հստակեցմանը և նյութի համակողմանի ըմբռնմանը, այլև ավելի արդյունավետ են դարձնում մայրենի լեզվի յուրաց ման գործընթացը: Մաթեմատիկայի և մաթեմատիկական գործունեության հստակությունը, ինչպես արդեն նշեցինք, առաջին հերթին պահանջում է ուսումնասիրվող հասկացությունների միանշանակ, անորոշություններից զերծ սահմանումներ: Հստակության գեղագիտական գրավչությունն առավել ակնառու է դրսևորվում թեորեմների ձևակերպումներում: Այստեղ հստակությունը, նախ, նշանակում է անհրաժեշտ պայմանների կամ նախադրյալների ու եզրակացու թյան հստակ ձևակերպում և աշակերտի համար դրանց մատչելի ներկայա ցում: Շատ կարևոր է, որ սովորողը հասկանա թեորեմի պայմաններից յուրա քանցյուրի դերը նրա եզրակացության հաստատման, ապացուցման գործըն թացում: Տեխնիկական տեսակետից սովորաբար ավելի դժվար է ըմբռնվում թեորեմի ապացուցումը, որը նույնպես պետք է աչքի ընկնի իր հստակությամբ, այն կատարվում է որոշակի քայլերի հստակ հերթականությամբ, որոնք ճշմա րիտ մտահանգումներ են և արդյունքում հանգեցնում են թեորեմի եզրա կացությանը: Մաթեմատիկական դատողությունների կատարման ընթացքում հստակության հատկանիշն ավելի ակնառու դարձնելու համար անհրաժեշտ է յուրաքանչյուր մաթեմատիկական նյութի ուսուցում ուղեկցել առօրեական կամ հումանիտար բնագավառների դատողություններով, որոնք, իրենց անհստակության պատճառով, միանշանակ չեն ընկալվում և առիթ են տալիս տարաբնույթ մեկնաբանությունների: Նույնը վերաբերում է խնդիրներին, եթե դրանց պայմանները բավարար չեն լուծման համար կամ հստակ չեն՝ լավ չեն հասկացվում, ապա լուծումը չի կարող ստացվել: Հարկ է նկատել, որ մաթեմատիկական նյութի հստակության գեղագիտական հատկանիշը դրսևորվում է նրա ըմբռնմանը զուգընթաց: Առանց ըմբռնման չի կարող լինել նաև հստակություն և գեղագիտական գրավչու թյուն: Ըմբռնման բացակայությունը, նյութի մեխանիկական վերարտադրությունը, որ հետևանք է նաև հստակության բացակայության, ոչ միայն չի նպաստում նյութի գեղագիտական գրավչության արտահայտմանը, այլև երևան է բերում բացասական գեղագիտական հակազդում, սովորողին վա նում է նյութից և մաթեմատիկայից ընդհանրապես: Իսկ սովորողի ամեն գնով գիտելիքը վերարտադրելու կամ ուսուցչի՝ սովորողից գիտելիքի վերարտադրություն ստանալու ջանքերը հաջողությամբ պսակվելու դեպքում էլ ունենում են

միայն բացասական հետևանքներ, նման պատասխանների սովորած աշակերտը ոչ միայն հեշտությամբ մոռանում է իր վերարտադրած գիտելիքը, այլև վարժվում է կյանքում կամ մասնագիտական գործունեության մեջ, առանց երևույթների խորքը թափանցելու, հապճեպ, մակերեսային գործողությունների կատարման: Հետևաբար, ուսուցիչը պարտավոր է ոչ թե ամեն գնով, մեկերկու բառ ուղղելով աշակերտից պատասխան կորզել, այլ հաս կացնել նրան նյութի էությունը՝ ելնելով հստակության գեղագիտական հատ կանիշից: Հստակության գեղագիտական հատկանիշի տեսակետից կարևոր է նաև ուսուցչի բանավոր խոսքը, դրա հստակությունը:

**Պարզությունը:** Դեռևս հին հռոմեական պոետ Հորացիոսը պարզությունը համարում էր արվեստի գեղագիտական սկզբունք: Վ. Մ. Վոլկենշտեյնը գտնում է, որ գեղեցիկը բարդի հանգեցումն է պարզին, իսկ պարզությունը՝ որպես գիտական գեղեցիկի հատկանիշ, առաջադրում են նաև Վ. Գ. Բոլտ-յանսկին, Գ. Ի. Սարանցևը, Մ. Ս. Յակիրը: Ընդունված տեսակետ է, որ մաթեմատիկական գործունեությունը բարդ բնագավառ է: Անշուշտ, մաթեմատիկայի որևէ բնագավառում հայտնագործությունների կատարումը մաթեմատիկոսից պահանջում է մտքի հետևողական ընթացք և լարում, երբեմն գերլարում, ամենօրյա համառ աշխատանք, կամա յին որակների դրսևորում: Եվ ստացված հայտնագործությունների հետ ծանոթացումը նույնպես դժվար է: Այն, բացի հետազոտողի մտահղացումները հաս կանալու համար անհրաժեշտ լարվածությունից, պահանջում է նաև գիտելիք ների ահռելի պաշար: Եվ պատահական չէ, որ այսօր տարբեր բնագավառ ներում աշխատող մաթեմատիկոսները իրար դժվար են հասկանում կամ ընդ հանրապես չեն հասկանում: Այդ գործընթացը կարգավորելու համար մաթե մատիկոսները հետևողական աշխատանք են տանում մաթեմատիկական լեզվի պարզեցման ուղղությամբ: Միաժամն ակ մաթեմատիկական ինքը, մաթեմատիկական հայտնագործությունը մեծ մասամբ իրականացվում է բարդը պարզին հանգեցնելու միջոցով, իսկ մաթեմատիկական գործունեությունը հիմնականում մաթեմատիկական օբյեկտների, դրանց հատկությունների, նրանց միջև փոխհարաբերությունների պարզեցման գործընթաց է: Այս աշխատանքի հաջորդ բաժիններում մենք առիթ կունենանք ծանոթանալու խմբի գաղափարի հետ: Այն ուսումնասիրվում է խմբերի տեսության մեջ և լայն կիրառություն ունի մաթեմատիկայում և գիտության այլ բնագավառներում: Այդ տեսության կառուցման համար կարևոր նշանակություն ունի խմբերի այս կամ այն դասի նկարագրությունը՝ ավելի բարդ խմբերի ներկայացումը համեմատաբար պարզ տեսք ունեցող խմբերի միջոցով: Պարզագույն խմբեր են այսպես կոչված վերջավոր ցիկլային խմբերը, կամայական n բնական թվի համար կա այդպիսի մեկ խումբ՝ 1-ից n աստիճանի բոլոր կոմպլեքս արմատ ների բազմությունը՝ բազմապատկման գործողության նկատմամբ: Պարզ է, որ նման խմբերը տեղափոխիսկան են, այսինքն՝ խմբի կամայական երկու տարրերի արտադրյալը նույնն է մնում արտադրիչների տեղափոխության դեպքում: Իսկ ինչպիսի տեսք ունեն վերջավոր տեղափոխիսկան խմբերը: Պարզվում է, որ նման յուրաքանչյուր խումբ



ստացվում է վերջավոր ցիկլային խմբերի միջոցով, խմբերի հետ կատարվող մի պարզ գործողությամբ, որ կոչվում է նրանց ուղիղ արտադրյալ: Մա գիտական գեղեցիկի բարդը պարզին հանգեցնելու Վոլկենշտեյնի հատկանիշի կիրառման օրինակ է: Մաթեմատիկական գեղեցիկի՝ բարդը պարզին հանգեցնելու հատկանիշի դրսևորման հրաշալի օրինակ է պատկերների մակերեսների /ինչպես նաև կո բերի հատվածների, մարմինների ծավալների/ չափումը: Այս գործընթացը մենք սկսում ենք պարզագույն պատկերից քառակուսուց, դրանցից մեկը ըն դունում ենք որպես չափման միավոր: Այնուհետև անցնում ենք ավելի բարդ պատկերի քառանկյանը, ցույց ենք տալիս, որ քառանկյան մակերեսը հավա սար է նրա երկու չափումների արտադրյալին: Ուղղանկյան մակերեսի հաշվ ման բանաձևը օգտագործում ենք եռանկյան մակերեսը հաշվելու համար և այլն: Բարդը պարզին հանգեցնելու հաշվումների այս ընթացքը և դրա արդյունքները ունեն նաև կիրառական մեծ նշանակություն և հայտնի էին դեռևս հին աշխարհում՝ Եգիպտոսում, Միջագետքում, Անտիկ Հունաստանում:

Մաթեմատիկական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշները պայմանավորված են մաթեմատիկայի ճարտարապետական կառույցի գեղեցկությամբ: Դրանք, առաջին հերթին, դրսևորվում են համաչափության, համեմատության, ռիթմի, ներդաշնակության մեջ, որոնցով հարուստ է մաթեմատիկան: Մենք մաթեմատիկայի գեղագի տության օբյեկտիվ հատկանիշներ ենք համարում նաև բնության կազմավոր ման կարևորագույն սկզբունքները՝ ներդաշնակությունը, օպտիմալությունը և կայունությունը, որոնց էլ կանդրադառնանք գեղագիտական պահանջմունքնե ըի և մաթեմատիկայի փոխհարաբերությունների հարցը քննարկելիս՝ այս աշ խաստանքի հաջորդ մասերում: Մաթեմատիկայի գեղագիտության օբյեկտիվ հատկանիշներ են նաև կարգը, բազմազանությունների միասնությունը, ընդ հանրականությունը, տրամաբանական խստությունը, հստակությունը, պար գությունը /բարդի հանգեցումը պարզին/, ինքնատիպությունը, օգտակարու թյունը, դիտողականությունը, իզոմորֆիզմը և այլն: Կանգ առնենք դրանցից կարևորագույնների վրա:

**Տրամաբանական խստությունը:** Տրամաբանական խստությունը որպես մաթեմատիկայի գեղագիտական հատկանիշ առաջադրում է Գ. Ի. Մա րանցը /տես [13]/: Տրամաբանական խստությունը մաթեմատիկական գիտե լիքը դարձնում է հավաստի, այն տիրապետողին գերծ է պահում մոլորություն ներից, թույլ է տալիս գտնել ճշմարտության ճանապարհը: Այդ պատճառով նման գիտելիքը ունի գեղագիտական մեծ գրավչություն և ցանկալի է յուրա քանչյուրի համար: Հարկ է նկատել, որ մաթեմատիկական մտքերի շա րադրանքը, թեորեմների ապացուցումները ընթանում են տրամաբանության օրենքներին և կանոններին համապատասխան, և մաթեմատիկական գործու նեությունը ենթադրում է հասկացությունների ներմուծման, մտքերի շարադր ման և ապացուցումների իրականացման տրամաբանական խստություն: Մա թեմատիկան, մաթեմատիկական գիտելիքի կիրառությունը տրամաբանական խստություն է հաղորդում նաև բոլոր այն

գիտություններում ստացված արդյունքներին, որոնցում այն կիրառվում է: Եվ ամեննիին պատահական չէ գիտական աշխարհում վաղուց հաստատված այն տեսակետը, որ առանց մաթեմատիկայի կիրառման ստացված գիտական արդյունքները չեն կարող հավաստի համարվել: Մակայն տրամաբանական խստությունը մաթեմատիկայում նույնպես առնչվում է լուրջ խնդիրների և խոչընդոտների: Այստեղ առաջանում են տրա մաթեմատիկայի օրենքների հիման վրա կառուցված դեդուկտիվ տեսությունների անհակասականության, լրիվության, մաթեմատիկայում /և տրամաբանության մեջ/ ծագած հակասությունների հաղթահարման հետ կապված խնդիրներ, որոնց լուծման ճանապարհին առաջացավ մաթեմատիկական տրամաբանության թյունը, ճանաչված մաթեմատիկոս Ս. Կլինիի բնութագրմամբ մաթեմատիկա կան մեթոդների միջոցով տրամաբանության զարգացման կամ վերակառուցման տեսությունը: Տրամաբանական խստությունը հատուկ է մաթեմատիկական հասկացու թյուններին, թեորեմներին և նրանց ապացուցումներին:

**Կիրառելիությունը:** Հանրահայտ է մաթեմատիկայի կիրառական նշանակությունը բնության և գիտության առանձին բնագավառների ուսում նասիրության գործընթացում: Նման կիրառությունները հնարավոր և հավասար են դարձնում ստացված տեղեկությունները, մեծացնում ճշմարտության կշիռը այդ ուսումնասիրություններում: Այսինքն յուրաքանչյուր գիտության մեջ բերում է ճանաչողություն և ճշմարտություն: Ֆիզիկայում, քիմիայում, տնտեսագիտության և այլ բնական ու հասարակագիտական գիտությունների մեջ մաթեմատիկայի կիրառությունները հաստատում են ասվածը: Ավելին, այդ գիտություններն՝ իրենց ժամանակակից տեսքով, անհնար է պատկերացնել առանց մաթեմատիկայի: Գիտական և օրինա չափ ությա ն մաթեմատիկական կա ն գրառումը: Գիտական հայտնագործության կամ օրինաչափության մաթեմատիկական գրառումը գիտական գեղեցիկի հատկանիշ է համարում Վ. Վոլկենշտեյնը, ով մաթեմատիկայի գեղագիտական արժեքը ներկայացնում է այսպես. «Մաթեմատիկան նուրբ գեղեցկության ոլորտ է: Նրա բանաձևերը առանձնա հատուկ ձևերի միջոցով արտահայտում են թվերի միջև եղած առնչությունները: Այդ պատճառով դրանք կարող են լինել գեղեցիկ կամ, ինչպես մաթեմատիկոսներն են սիրում ասել, նրբագեղ» (տես [12]): Նման գեղեցկության հրաշալի օրինակ են ծառայում անգլիացի ֆիզիկոս, դասական էլեկտրադինամիկայի հիմնադիր Ջեյմս Մաքսվելի (1831-1879) հավասարումները. Մաթեմատիկական շատ պարզ տեսք ունեցող այդ չորս բանաձևերը հնարավորություն տվեցին միավորել էլեկտրականությունը, մագնետիզմը և լույսը: Ինչպես նշվեց վերևում, Նյուտոնը նման գրառումները համարում է Աստծո գոյության ապացույց:

## Համաչափությունը ու համեմատությունը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում

«Չափավորությունը և համաչափությունը ամենուրեք գեղեցիկ են դառնում», - ասում է Պլատոնը: Իսկ Արիստոտելը գտնում է, որ «Գեղեցիկը համաչափության և ճիշտ տեղաբաշխման մեջ է»: Իտալացի գիտնական և Ճարտարապետ Լեոն Ալբերտին ասում է. «Գեղեցիկը մասերի խիստ համաչափ ներդաշնակությունն է, որոնք միավորվում են նրանով, ինչի մասն են կազմում, և ներդաշնակությունն այնպիսին է, որ չի կարելի որևէ բան փոխել՝ պակասեցնել կամ ավելացնել, առանց ավելի վատը դարձնելու» /տես [7]:

Լև Տոլստոյը գրում է. «Մի անգամ, երբ ես գրատախտակի վրա զանազան պատկերներ էի նկարում, հանկարծ ցնցվեցի այն մտքից, թե ինչու՞ է համաչափությունը աչքի համար հաճելի: Ի՞նչ է համաչափությունը: Դա ի ծնե տրված զգացում է, ասացի ինքս ինձ: Իսկ ի՞նչի վրա է այն հենված: Մի՞թե կյանքում ամեն ինչի մեջ կա համաչափություն» /տես [7]:

Համաչափության կամ սիմետրիայի մասին մարդկային պատկերացումները ձևավորվել են հազարամյակների ընթացքում: Այդ պատկերացումներում համաչափությունը ներկայանում է որպես ինչ-որ կանոնավորի, գեղեցիկի ու կատարյալի բնութագրիչ տարր, որպես որոշակիություն, կարգի, կարգավորման արտահայտություն: Այս տեսակետից կա որոշ հակադարձ հարաբերակցություն համաչափության և էնտրոպիայի անորոշության միջև. ինչքան մեծ է համաչափության աստիճանը, այնքան ցածր է էնտրոպիան: Իսկ «համաչափություն» եզրի հունական «սիմետրիայի» հայերեն բառացի թարգմանությունն է: Մարմինը կամ երևույթը անվանում են համաչափելի, եթե այն մնում է անփոփոխ ինչ-որ ձևափոխությունների նկատմամբ: Օրինակ, տարածության համասեռությունը ֆիզիկական համաչափություն է, որի շնորհիվ ժամացույցի աշխատանքը կախված չէ նրա գտնվելու վայրից: Կամ եթե հնգանկյուն աստղը պտտենք իր կենտրոնի շուրջ 72 աստիճանով, ապա այն չի փոխվի, այսինքն այն համաչափելի է:

Իսկ ինչու՞ է համաչափելին հաճախ զուգորդվում գեղեցիկի հետ և հաճելի է աչքի համար: Համաչափությունը բնության մեջ կարելի է տեսնել ամենուրեք, այն հանդիպում է յուրաքանչյուր քայլափոխի: Այդ անընդհատ շփումը համաչափության հետ

նրան դարձնում է աչքի համար հաճելի: Եթե, օրինակ, համաչափության երկու՝ հորիզոնական և ուղղաձիգ տեսակների կիրառմամբ փորձենք որևէ իր պատրաստել, ապա հաճելի կլինի ուղղաձիգ համաչափությամբ պատրաստածը, որովհետև այդ համաչափությունն է, որ հանդիպում է ամենուրեք: Իսկ հորիզոնական համաչափությունը հանդիպում է միայն ջրի մեջ բնության որևէ պատկերի արտացոլման դեպքում: Համաչափությունը նաև մարդու կողմից դիտվում է որպես բնության մեջ օրինաչափություն, կարգ ու կանոնի դրսևորում, իսկ վերջիններիս առկայությունը մարդու համար հաճելի է, մարդուն վստահություն է հաղորդում: «Կարգը ազատում է միտքը», -ասում է Ռենե Դեկարտը: Իսկ Լե Կոբբյուզեն ավելացնում է. «Ինչքան կատարյալ է կարգը, այնքան հանգիստ ու վստահ է զգում մարդն իրեն» և «Ստեղծագործությունը կարգավորման գործընթաց է»: Այսպիսով, համաչափությունը, որ մարդու կողմից ընկալվում է որպես օրինաչափություն, ներքին կարգի արտաքին դրսևորում, հաճելի է նրա համար, ձեռք է բերում գեղագիտական արժեք և ընկալվում է նաև որպես գեղեցիկ /տես[7]/:

Մաթեմատիկական հասկացությունների, դատողությունների ու մտահանգումների հստակությունը և մաքրությունը, օրինաչափությունների խորությունը, հասկացությունների միջև առկա ներքին խորը կապը համաչափության և, հետևապես, գեղեցիկի լավագույն դրսևորումներ են, և դրանց ընկալման համար պահանջվող հոգևոր լարման անհրաժեշտությունը լավ հող կարող է նախապատրաստել գեղագիտական արժեքների ընկալունակության զարգացման համար:

Մեր շրջակա աշխարհի առարկաներից շատերն օժտված են կենտրոնային, առանցքային կամ հայելային համաչափությամբ: Կենդանի բնության համար, կարելի է ասել, համաչափությունը համընհանուր հատկություն է: Թռչունների, ջրային և ցամաքային կենդանիների մարմիններն ունեն այնպիսի տեսք, որ մարմնի մի կեսը, ասես մյուս կեսի հայելային պատկերն է: Նույնը վերաբերում է մարդուն. Օրինակ՝ նրա դեմքը կարելի է համարել որպես հայելային համաչափ պատկեր: Կենտրոնային, առանցքային և հայելային համաչափությունների ենք հանդիպում նաև բույսերի մոտ: Օրինակ՝ ծառերի տերևներից և ծաղիկների պսակաթերթերից շատերը համաչափ են միջին ցողունի նկատմամբ, ծառի բնի լայնական կտրվածքը հիմնականում համաչափ

է լինում կենտրոնի նկատմամբ, իսկ որոշ բույսեր համաչափ են ցողունի միջով անցնող հարթության նկատմամբ: Համաչափությամբ են օժտված նաև մրգատու ծառերի և բանջարանոցային բույսերի պտուղներից ու հատապտուղներից շատերը (խնձոր, տանձ, սալոր, վարունգ, լոլիկ և այլն) / տես [1]:

Համաչափությունների ամենուր հանդիպում ենք ոչ միայն բնության մեջ, այլև մարդու կողմից ստեղծագործական առարկայական աշխարհում: Ըստ համաչափությունների արարելը մարդու համար դարեր շարունակ դիտվել է որպես ոչ միայն հարմարավետության, այլև գեղեցկության ու կատարելության հասնելու միջոց: Դրա վառ վկայությունը գեղանկարչության, քանդակագործության, ճարտարապետության մեջ և արվեստի այլ բնագավառներում ստեղծված գործերում համաչափ պատկերների օգտագործումն է, որի շնորհիվ դրանք ընկալում են որպես գեղեցիկի մարմնավորում:

Հնադարի շինարարները հրաշալի են հասկացել համաչափությունների և համեմատությունների դերը ճարտարապետության մեջ և իրենց կառույցներում թե եգիպտացիները, թե հույները օգտագործել են դրանք: Համաչափությունները և համեմատությունները որպես ճարտարապետության մաթեմատիկա, կազմում են նրա համընդհանուր լեզուն և ճարտարապետությանը հաղորդում են մաթեմատիկայի ընդհանրական և ամենագոր հնարավորությունները և ուժը:

Համաչափությունների կիրառման հիանալի օրինակների ենք հանդիպում, մասնավորապես, հայկական դարավոր մշակույթում: Դրանք դրսևորվում են միջնադարյան և ժամանակակից ճարտարապետական կառույցներում, խաչքարերի, որմնանկարների ու գորգերի մեջ և այլն: Ուշադիր հմտորեն զուգակցվել են տարբեր համաչափություններ՝ կենտրոնային, առանցքային և հայելային:

Միաժամանակ, պատկերների ու մարմինների, դրանց ձևափոխությունների, մասնավորապես՝ համաչափության ուսումնասիրությունը, որ կատարվում է երկրաչափության դասընթացում, հնարավորություն են տալիս լավագույնս ընկալել ճարտապետական և գեղագիտական այլ արժեքներ:

Որպես գեղեցիկի օբյեկտիվ հայտանիշ, համաչափությունը հանդես է գալիս արվեստի ողջ պատմության ընթացքում: Այն իշխում է ինչպես ճարտարապետության ու քանդակագործության, այնպես էլ կերպարվեստի մեջ:

Համաչափությունները լայն տարածում ունեն նաև տեխնիկայում: Մեքենաները, նավերը, ինքնաթիռները, ինչպես նաև դրանցում օգտագործված սարքերն մանրակները, որպես կանոն, պատրաստված են ըստ կենտրոնային, առանցքային կամ հայելային համաչափության: Կյանքի տարբեր բնագավառներում, կենցաղում, ուսումնական և աշխատանքային առօրյայում գործածվող առարկաներն ու սարքերը պատրաստվում են այնպես, որ նրանցում զուգակցվեն օգտակարն ու գեղագիտականը: Եվ դա մեծամասամբ իրականացվում է տարբեր համաչափությունների կիրառման միջոցով:

Կանտը գտնում է, որ համեմատությունները իրենց մեջ ներառում են ինչպես մաթեմատիկական, այնպես էլ գեղագիտական արմատներ, իրենցով հագեցած ճարտարապետական կառույցներին հաղորդելով ինչպես գեղեցիկը, այնպես էլ ճշմարիտը և գորեղը: Նա նշում է, որ յուրաքանչյուր ոչ այլանդակ կին կարող է խելքահան անել յուրաքանչյուր տղամարդու, միայն պետք է այդ կինը միակը լինի, տղամարդը համեմատության հնարավորություն չունենա: Այդ կնոջ քիթը կարող է մի քիչ մեծ լինել, ինչ- ինչ պատճառով նրա աչքերի ձևը կամ մարմնի այլ մասերի չափերը տղամարդուն դուր չգան: Բայց ժամանակի ընթացքում կամաց-կամաց տղամարդը կհարմարվի դրանց ու դրանք իրեն դուր կգան: Բացատրությունը երևի այն է, որ կնոջ աչքերը, մարմնի մնացած մասերը և կինը, ընդհանրապես, ստեղծված են այնպես, որ տղամարդուն դուր գան. տղամարդը պետք է ձգտի կնոջը. Դա հետևում է տեսակի պահպանման ընդհանրական խնդրի լուծման անհրաժեշտությունից: Եվ պատահական չէ, որ յուրաքանչյուր կին առավոտյան, նայելով հայելուն, տեսնում է իրեն նայող երկու հրաշալի աչքեր: Դրանք իրոք գեղեցիկ են: Սա իռացիոնակ գնահատական է, որ վեր է մարդկային բանականությունից: Ինչու՞ տղամարդն երբեմն չի տեսնում այդ գեղեցկությունը: Որովհետև նա դրանց երկար չի նայում կամ ընդհանրապես չի նայում: Իսկ չի նայում, որովհետև դրա կողքին կան այլ աչքեր, որոնց ձևը, գույնը, փայլը և այլ որակներ տղամարդուն ավելի են դուր գալիս:

Այո, համեմատությունը գեղեցիկի գնահատման կարևոր չափանիշ է: Սակայն «Համեմատություն» եզրը գիտության մեջ գործածվում է նաև այլ իմաստով: Այն առաջին անգամ գործածել է Ցիցերոնը, մ.թ.ա. առաջին դարում a, b, c, d մեծությունների միջև հետևյալ կապը արտահայտելու համար.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} :$$

Այս իմաստով համեմատությունը կոչվում է նաև պրոպորցիա: Մաթեմատիկական այս հավասարությունը արդեն երկու հազար տարուց ավելի է կիրառվում է մաթեմատիկայում, նրա ամենատարբեր կիրառություններում, տեղ է գտել մաթեմատիկայի դասագրքերում: Այն նաև օգտագործվում է գեղարվեստական ստեղծագործության առանձին մասերի միջև որոշ կապեր արտահայտելու և դրա միջոցով ստեղծագործության գնահատման համար /տես [7]/:

Գեղագիտության մեջ համեմատությունը չափի կատեգորիայի բաղկացուցիչ տարր է և արտահայտում է գեղարվեստական գործի կառուցվածքի առանձին օրինաչափություններ:

Մենք նշեցինք համաչափության կարևոր նշանակությունը որպես գեղեցիկի բաղադրիչ: Սակայն պետք է նկատել, որ համաչափությունը նաև որոշ անշարժություն, քարացվածություն է հաղորդում պատկերին: Իսկական գեղեցիկի համար անհրաժեշտ է համաչափի և անհամաչափի՝ սիմետրիկի և ասիմետրիկի գուգորդումը: Իսկ ինչպե՞ս, ի՞նչ համամասնությամբ պիտի գուգորդել սիմետրիկը և ասիմետրիկը՝ գեղեցիկը ստանալու համար: Ահա որպես այս երկու սկզբունքների միջև չափ հանդես է գալիս համեմատությունը: Այսպես, օրինակ, փորձենք Մասիսի կողքին Միսի փոխարեն տեղադրել մեկ այլ Մասիս :

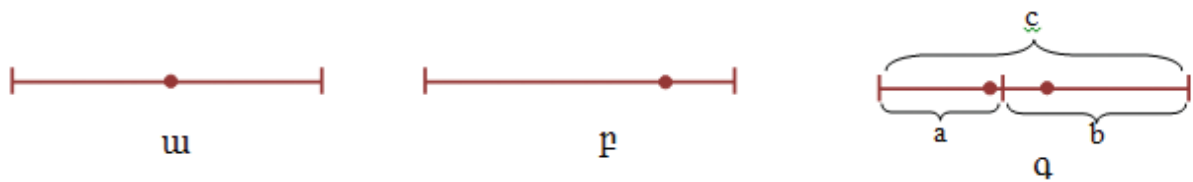
Կունենանք կատարյալ համաչափություն, որը սակայն այն գեղեցկությունը չի ունենա, ինչ իրական Արարատը: Ուշադիր գեղագետը կարող է նկատել, որ Արարատի դիմացից ձգվող ավտոճանապարհով շարժվելիս Արարատի թողած գեղագիտական ազդեցությունը շարժմանը զուգընթաց փոփոխվում է: Ո՞րն է պատճառը: Պարզ է, որ մեր շարժման ընթացքում փոփոխվում են Մասիսից և Միսից ունեցած մեր հեռավորությունները, ըստ այդմ, փոփոխվում է դրանց՝ մեզ երևալու չափերի հարաբերակցությունը, ինչն էլ անդրադառնում է ստեղծված և ընկալվող

պատկերի՝ փոփոխական Արարատի գեղեցկության վրա: Իսկ այդ չափերի ինչպիսի՞ հարաբերակցության դեպքում է այդ փոփոխական Արարատը ամենագեղեցիկը:

Բնականաբար, առաջարկվող հարցադրումը միայն Արարատի համար չէ, որ կարելի է կատարել: Այն դարեր շարունակ հետաքրքրել և հուզել է մարդկանց, որովհետև, ինչպես պարզվում է, նրա ճշմարիտ պատասխանը ընկած է գեղեցիկի ճանաչման կարևորագույն սկզբունքներից մեկի հիմքում: Եթե նորից անդրադառնանք Արարատին, ապա գեղեցիկի նրա թողած ազդեցությունը հիմնականում պայմանավորված է Մասիսի և Սիսի չափերի հարաբերակցությամբ: Տվյալ դեպքում մենք առաջին հայացքից ընկալում ենք լեռների ձյունածածկ, սպիտակաշերտ մասերը:



Պատկերված նկարներում երկու լեռների բարձրությունների հարաբերությունները համապատասխանաբար հավասար են՝ 2; 1,6; 1,25: Արդյո՞ք չի թվում, որ ձախ կողմի նկարում Սիսի չափերը շատ փոքր են Մասիսի չափերի համեմատությամբ, իսկ աջ կողմի նկարում՝ շատ մեծ: Իսկ ահա կենտրոնի նկարում այդ հարաբերությունը աչքի չի ընկնում: Պարզվում է, որ գաղտնիքը 1,6 թվի մեջ է: Այժմ մեր դիտարկումները տեղափոխենք կամայական հատվածի վրա :



Առաջին՝ ա պատկերում հատվածը բաժանված է երկու հավասար մասերի, կատարվել է համաչափելի բաժանում, և ստացված պատկերը ծայրահեղորեն հավասարակշռված է և միաժամանակ՝ «քարացած»: Երկրորդ՝ բ պատկերում բաժանման կետը ծայրակետերից մեկին շատ մոտ է. ստացված պատկերը չափազանց անհավասարակշռված է և «անհանգիստ»: Միայն մասերի հարաբերակցության ինչ-որ «ոսկե միջին» է ապահովում սիմետրիկի և ասիմետրիկի ցանկալի միասնությունը, որ պատկերին կհաղորդի և շարժում, և գեղեցկություն: Այդ



«ոսկե միջինը» կատարված է երրորդ՝  $q$  պատկերում, որտեղ մենք քարացվածության կամ անհանգստության զգացում չենք ունենում/ տես [7]/:

Աչքի համար հաճելի նման բաժանումը հետաքրքրել է նաև հին աշխարհի իմաստուններին՝ սկսած եգիպտացիներից: Պյութագորասը հատվածների այդպիսի բաժանումը անվանել է **ոսկյա համեմատություն**: Նման բաժանման արդյունք ում  $a$  հատվածի և նրա  $b$  և  $c$  մասերի համար մենք ստանում ենք.

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} :$$

Ահա ոսկյա համեմատությունը: Այն բոլոր ժամանակներում լայնորեն կիրառվել է արվեստում: Լեոնարդո դա Վինչին այն անվանել է Sectio aurea, այսինքն՝ ոսկյա հատում, իսկ Իոհան Կեպլերը՝ Sectio divina՝ աստվածային հատում: Կեպլերը ոսկյա համեմատությունը, Պյութագորասի թեորեմի հետ միասին, համարում է երկրաչափության երկու գանձերը:

Դա Վինչիից և Կեպլերից հետո ընկած ժամանակներում պարզվեց, որ ոսկյա հատումը կապված է բնագիտական բազմաթիվ երևույթների, օրինաչափությունների հետ: Այն լայնորեն օգտագործվում նաև կենդանական աշխարհի, մարդու կառուցվածքի մեջ: Այսպիսով, լինելով բնության, աստվածային ստեղծագործության օրենք, ոսկյա հատումը նաև գեղեցիկի, մարդկային ստեղծագործության օրենք է և հանդիպում է տարբեր քաղաքակրթություններում, տարբեր ժամանակներում, արվեստի տարբեր բնագավառներում:

Համեմատությունները այն միջոցներն են, որ հնարավորություն են տալիս ճարտարապետին հասնելու մասերի և ամբողջի միջև այն բալանսավորված հավասարակշռության, որի անունը դեռևս հին հույները դրել են հարմոնյա:

Ինչպես նշել է Ալբերտին՝ «Շենքը կարծես կենդանի արարած լինի, որի ստեղծման համար պետք է հետևել բնությանը, ընդօրինակել նրանից»: Եվ ինչպես բնության երևույթների հիմքում են ընկած մաթեմատիկական օրինաչափությունները, այնպես էլ ճարտարապետության հիմքում պետք է դնել համեմատություններն ու նրանց օրենքները: Այդպես են վարվել բոլոր ժամանակներում բոլոր ճարտարապետները:

## **Հիմնավորման, փաստարկման և ապացուցման դերը մաթեմատիկայի ուսուցման ընթացքում**

Անհնար է պատկերացնել մարդու կենսագործունեությունը առանց փաստարկված, հիմնավորված խոսքի: Հետևապես, փաստարկված, ապացուցված խոսքի պահանջունքը ունեն բոլորը: Սակայն սովորողները միշտ չէ, որ ունեն այս գիտակցությունը. հանրակրթական դպրոցը այսօր ուշագրությունից դուրս է թողել սովորողի արժեքային համակարգի ձևավորման խնդիրն ընդհանրապես և փաստարկված խոսքի մշակույթը՝ մասնավորապես: Փաստարկված խոսքի, պատմելու արվեստի նման ընկալումը բացակայում է թե հանրակրթական դպրոցի սովորողների, թե մաթեմատիկայի ապագա մանկավարժների մոտ:

Անշուշտ յուրաքանչյուրը ուզում է գեղեցիկ լինել, գունե՝ գեղեցիկ երևալ: Դրա համար աղջիկը լավ շորեր է հագնում, լվացվում է, սանրվում, ժամերով հայելու առջև կոսմետիկական աշխատանք է կատարում դեմքին ավելի սիրուն տեսք տալու համար: Սակայն մոռանում է, որ մարդու նկարագրի ամենագեղեցիկ, ամենագրավիչ կողմը նրա խոսքն է, իսկ խոսքի ամենագրավիչ մասը, արվեստը, ինչպես նշվեց վերևում, նրա հստակությունը, համոզիչ լինելը, փաստարկվածությունը, ապացուցված լինելը: Պատահական չէ, որ գեղեցիկ աչքերը հենց խելացի աչքերն են: Եվ այդ խելացի աչքերն ունեցողն է ի վերջո ավելի մեծ հարգանք ու հեղինակություն վայելում մարդկանց հետ շատ թե քիչ երկար ժամանակով ընթացող փոխհարաբերություններում: Ուրեմն, պետք է աշխատել, որպեսզի ձեռք բերել այդ իսկական գեղեցկությունը՝ փաստարկված խոսքը, ամեն օր ժամեր ծախսել այն ձևավորելու և զարգացնելու վրա, այնպես, ինչպես աղջիկը ժամեր է ծախսում հայելու առջև: Ավելացնենք, որ վերջինիս արդյունքը անցողիկ է, անկուտակելի, իսկ գեղեցիկ խոսքի ձևավորմանն ուղղված աշխատանքի պտուղները մարդուն են մնում ընդմիշտ:

Ուրեմն, մաթեմատիկայի ուսուցման ընթացքում պետք է աշխատել ավելի նշանակալից դարձնել հիմնավորման, փաստարկման, ապացուցման դերը: Մաթեմատիկայի արևմտյան շատ դասագրքերում թեորեմի ապացուցման քայլերին

գուգահեռ բերվում են նաև դրանց փաստարկումները, ինչը օգնում է խոսքի փաստարկման մշակույթի ձևավորմանը: Հանրակրթական դպրոցի Հ. Միքայելյանի հեղինակած հանրահաշվի դասագրքերում կատարված է ավելին. ապացուցումները ներկայացված են ծառի տեսքով, որտեղից երևում է, թե դատողությունների շղթայի որ քայլերն են իրարից հետևում /տես[2]/: Սա հնարավորություն է տալիս աշակերտին տեսնելու թեորեմի ապացուցման հիմքում ընկած դատողությունների և մտահոգումների ողջ մեխանիզմը և հստակ պատկերացնելու փաստարկումների ողջ համակարգը: Մոսկովյան համալսարաններից մեկի մաթեմատիկայի ամբիոնի վարիչ պրոֆեսոր Ի. Լ. Տիմոֆեևան ապացուցումների նման ներկայացումը կարևորում է որպես ուսուցիչների պատրաստման լավագույն միջոց, իսկ աշակերտի համար համապատասխան խնդրի իրագործումը համարում են մեթոդական շատ լուրջ խնդիր, որ կարոտ է լուծման /տես[14]/: Հարգարժան պրոֆեսորը դժբախտաբար ծանոթ չի եղել իր աշխատանքից տարիներ առաջ իրականացված հայաստանյան փորձին: Իսկ հայրենական կրթության նորօրյա կազմակերպիչները իրենց անձնական շահերը գուգակցելով կրթության ժամանակակից խնդիրներից անտեղյակ լինելու հետ, գործածությունից հանեցին հայաստանում ստեղծված այդ դասագրքերը, դրանք փոխարինելով ավտորիտար կրթական համակարգերին բնորոշ դասագրքերով, որոնց հայերեն թարգմանությունները հեռու են ոչ միայն գեղագիտական, այլ չափորոշիչային տարրական խնդիրների իրագործումից, գրագիտության տարրական պահանջներից: Դարձյալ վկայակոչենք Պոլ Լոկհարդին: Նա նշում է, որ եթե մաթեմատիկական գործունեությունը հանգում է միայն տեխնիկական վարժանքին, չի պատասխանում «ինչու՞» հարցադրմանը, ապա այն դառնում է միայն կմախքը և հեռու է կրթական և արժեքային, մասնավորապես՝ գեղագիտական խնդիրների իրագործումից: Մաթեմատիկական մտքերի փաստարկման ու հիմնավորման ընթացքը Պոլ Լոկհարդը համեմատում է խաղի հետ և դրանում է տեսնում մաթեմատիկայի գեղագիտությունը, և այն համարում է արվեստ /տես [9]/:

## Եզրակացություն

Մաթեմատիկական գեղեցիկի հատկանիշները դրանք, առաջին հերթին, բուն մաթեմատիկական օբյեկտների հատկություններն են՝ կարգը, ներդաշնակությունը, համաչափությունը և այլն, որոնք պայմանավորված չեն ուսումնասիրող սուբյեկտով: Նման հատկանիշները մենք կանվանենք մաթեմատիկական գեղեցիկի կամ մաթեմատիկայի գեղագիտության օբյեկտիվ հատկանիշներ: Մինևույն ժամանակ, մաթեմատիկական օբյեկտի գեղագիտական գրավ չությունը կարող է երևան գալ մաթեմատիկական գործունեության ընթացքում, և այն պայմանավորված է նաև նման գործունեություն իրականացնող սուբյեկտի ունակություններից, գործադրված ջանքերի չափից և այլն: Այստեղ էլ երևան են գալիս գեղեցիկի այնպիսի հատկանիշներ, ինչպիսիք են ոչ ակն հայտ ճշմարտության իմացությունը, բարդ ու դժվարին խոչընդոտի հաղթա հարումը, անսպասելիությունը, ինտելեկտուալ որոնումը և այլն: Պայմանավոր վենք դրանք էլ անվանել մաթեմատիկայի գեղագիտության սուբյեկտիվ հատ կանիշներ: Հասկանալի է, որ մեր այս դասակարգումը ունի հարաբերական բնույթ, մաթեմատիկական օբյեկտների մեջ կարգի, ներդաշնակության, համաչափության հատկանիշները կարող են այդպիսիք նկատվել որոշ մարդկանց կողմից, մյուսները, ընդհակառակը, կարող են ընդհանրապես չնկատվել կամ չընդունել դրանք: Մյուս կողմից, մինևույն մաթեմատիկական օբյեկտի ընկալումը կարող է մեկի համար լինել անսպասելի, մյուսի համար ոչ, մեկից պահանջի մեծ ջանքեր, մյուսին տրվի հեշտությամբ: Այնուամենայնիվ, մաթեմատիկայի գեղագիտության հատկանիշի օբյեկտիվ կամ սուբյեկտիվ լինելը յուրաքանչյուր կոնկրետ դեպքի համար կարող է հեշտությամբ զանազանվել, իսկ նման դասակարգումը մեզ կարող է օգնել դրանց ուսումնասիրությունը իրականացնելու գործընթացում:

Մաթեմատիկական գեղեցիկի արտաքին դրսևորումը նույնացվում է մաթեմատիկական օբյեկտների արտաքին տեսքի գեղագիտության հետ, և քանի որ կա մաթեմատիկական օբյեկտների արտաքին արտահայտության երկու եղանակ՝ վերլուծական և երկրաչափական, ապա բնական է համարվում զանազանել մաթեմատիկայի արտաքին գեղագիտության երկրաչափական ձևերի և մաթեմատիկական գրառման տեսակները:

Երկրաչափական ձևի տեսակետից որպես գեղագիտության հատկանիշներ կարող են հանդես գալ գծի, պատկերի կամ մարմնի համաչափությունը, համեմատությունը, ռիթմը, ներդաշնակությունը: Համաչափությունը երկրաչափական ձևերին հաղորդում է գեղագիտական գրավչություն. ինչքան շատ են նման համաչափությունները, այնքան մեծ է այդ ձևի գեղագիտական գրավչությունը: Համաչափությունը ոչ միայն ընկած է ճարտարապետության, խաչքարագործության և արվեստի այլ բնագավառներում գեղեցիկի կազմավորման հիմքում, այլև բնության կազմավորման հիմնական

սկզբունքներից է: Երկրաչափական ձևերի գեղագիտական գրավչության մի այլ աղբյուր են համեմատությունները:

Գեղեցիկ թեորեմն ու գեղեցիկ ապացուցումը իրենց նկատմամբ հետաքրքրությունը պահպանում և ձգում են այնքան ժամանակ, քանի դեռ դրանք չեն հայտնաբերվել կամ իմացվել: Հայտնաբերումից կամ իմացումից հետո կտրուկ նվազում կամ վերանում է դրանց նկատմամբ հետաքրքրությունը: Անգամ ամենահետաքրքրաշարժ խնդիրը, որի շուրջ մարդը կարող է օրերով մտածել, լուծելուց հետո այլևս չի հետաքրքրում կամ շատ քիչ է հետաքրքրում նրան: Գիտական գեղեցիկը երևույթի, օրինաչափության հայտնաբերման մեջ է, որից հետո այդ գեղեցիկը չի մնում և հայտնաբերող գիտնականին այլևս չի թողնում հայտնաբերված տեղում, այլ տանում է առաջ՝ դեպի ճշմարիտի դրսևորման նոր հորիզոններ, դեպի առարկաների և երևույթների միջև առկա նոր օրինաչափությունների հայտնաբերում:

## Գրականություն

1. Հ. Ս. Միքայելյան, Բարոյական արժեքները և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը, Երևան, 2011:
2. Հ. Ս. Միքայելյան, Գեղեցիկը և մաթեմատիկան, Երևան, 2014:
3. Ս. Է. Հակոբյան, Երկրաչափություն 10-12, Դասագիրք հանրակրթական դպրոցի ընդհանուր և հումանիտար հոսքերի համար, Եր., 2010, 2011, 2012:
4. Հ. Ս. Միքայելյան, Հանրահաշիվ 7-9, Դասագիրք հանրակրթական դպրոցի համար, Եր., 2006, 2007, 2008:
5. Հ. Ս. Միքայելյան, Բարոյական արժեքները և Մաթեմատիկայի կրթական ներուժը, Եր., 2011թ.:
6. Հ. Ս. Միքայելյան, Մաթեմատիկան և կերպարվեստը , Մաթեմատիկան դպրոցում, 6, 2012թ.:
7. Հ. Ս. Միքայելյան, Գիտություն և արվեստ՝ ընդհանուր եզրեր, Մաթեմատիկան դպրոցում, 3, 2012թ.:
8. Հ. Ս. Միքայելյան, Մաթեմատիկան և ճարտարապետությունը, Մաթեմատիկան դպրոցում, 4, 2012թ.:
9. Հ. Ս. Միքայելյան, Գեղեցիկի գիտական բաղադրիչները, Մաթեմատիկան դպրոցում դպրոցում, 5, 2012թ.:
10. Հ. Ս. Միքայելյան, Համաչափությունը խաչքարերում, Մաթեմատիկան դպրոցում, 1, 2013թ.:
11. Հ. Ս. Միքայելյան, Գեղեցիկը և մաթեմատիկան, Մաթեմատիկան դպրոցում, 3, 2013թ.:
12. Անանիա Շիրակացի , Երևան, 1979թ.:
13. Ռ. Մ. Սահակյան, Գեղագիտություն, Երևան, 2008 թ.:
14. Բորև Յուրի, Գեղագիտություն, 1982թ.:
15. Լ. Ս. Ներսիսյան, կրթություն և գեղագիտություն, Երևան, 2002թ.: